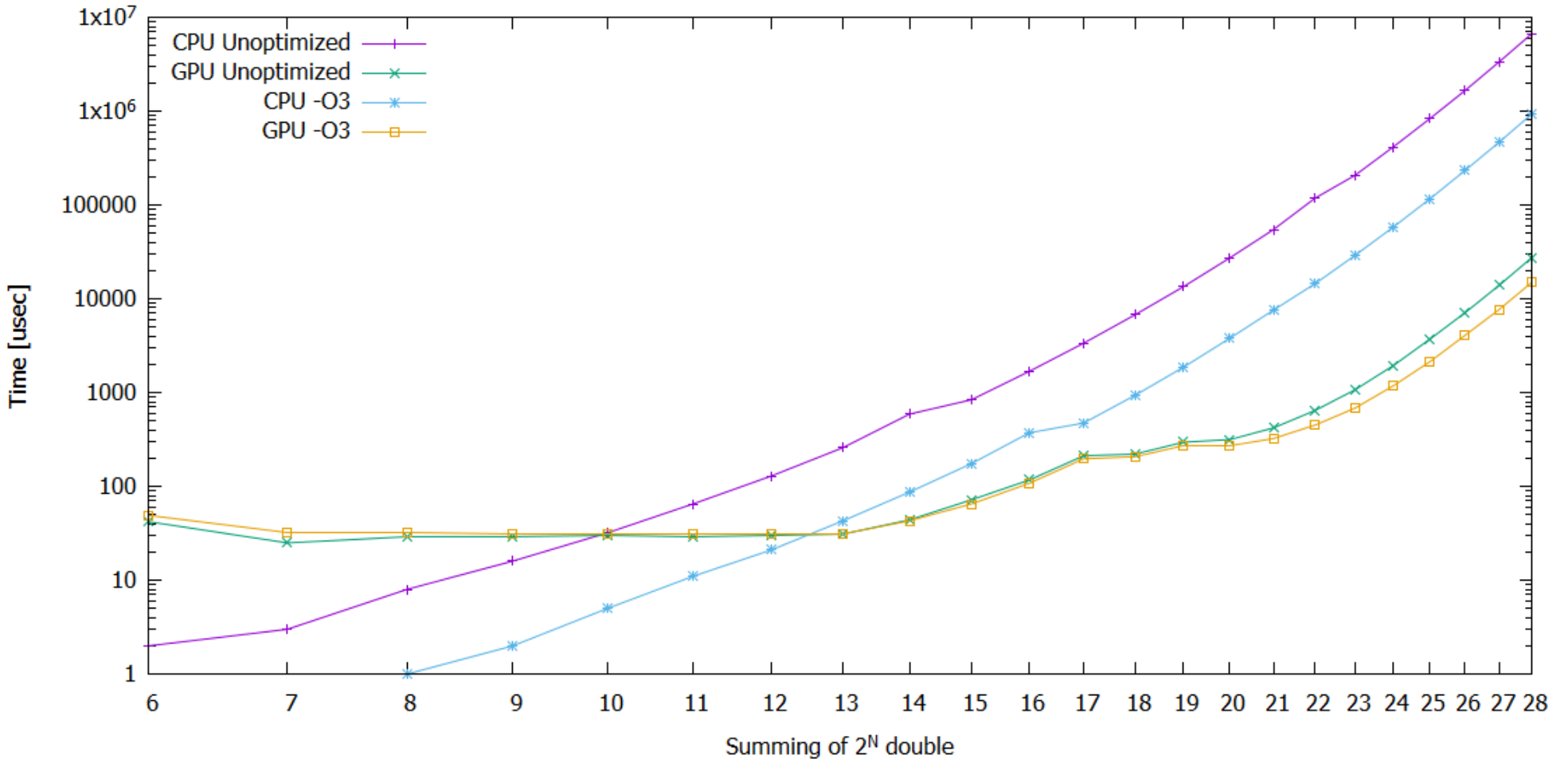
5. Parametrikus számítások GPUn

Redukció CPU-n és GPU-n

CUDA verzió, GeForce GTX 980:



ODE Megoldás

CUDA verziók (Lotka-Volterra, Van der Pol oszcillátor)
Adaptív lépésköz vezérlés, PI control, l. még Numerical Recipes:

$$h' = s \cdot h \cdot (err^{-\alpha}) \cdot \left(err2^{\beta}\right)$$

h az aktuális lépésköz

err a mostani lépésben elkövetett hiba

err2 az előző lépésben elkövetett hiba

s egy biztonsági faktor

h' az új lépésköz

$$\alpha = \frac{1}{k} - 0.75\beta$$

$$\beta = \frac{0.4}{k}$$

ahol k a léptető rendje

ODE Megoldás

Skálázott hiba számolás a két becsült állapot között:

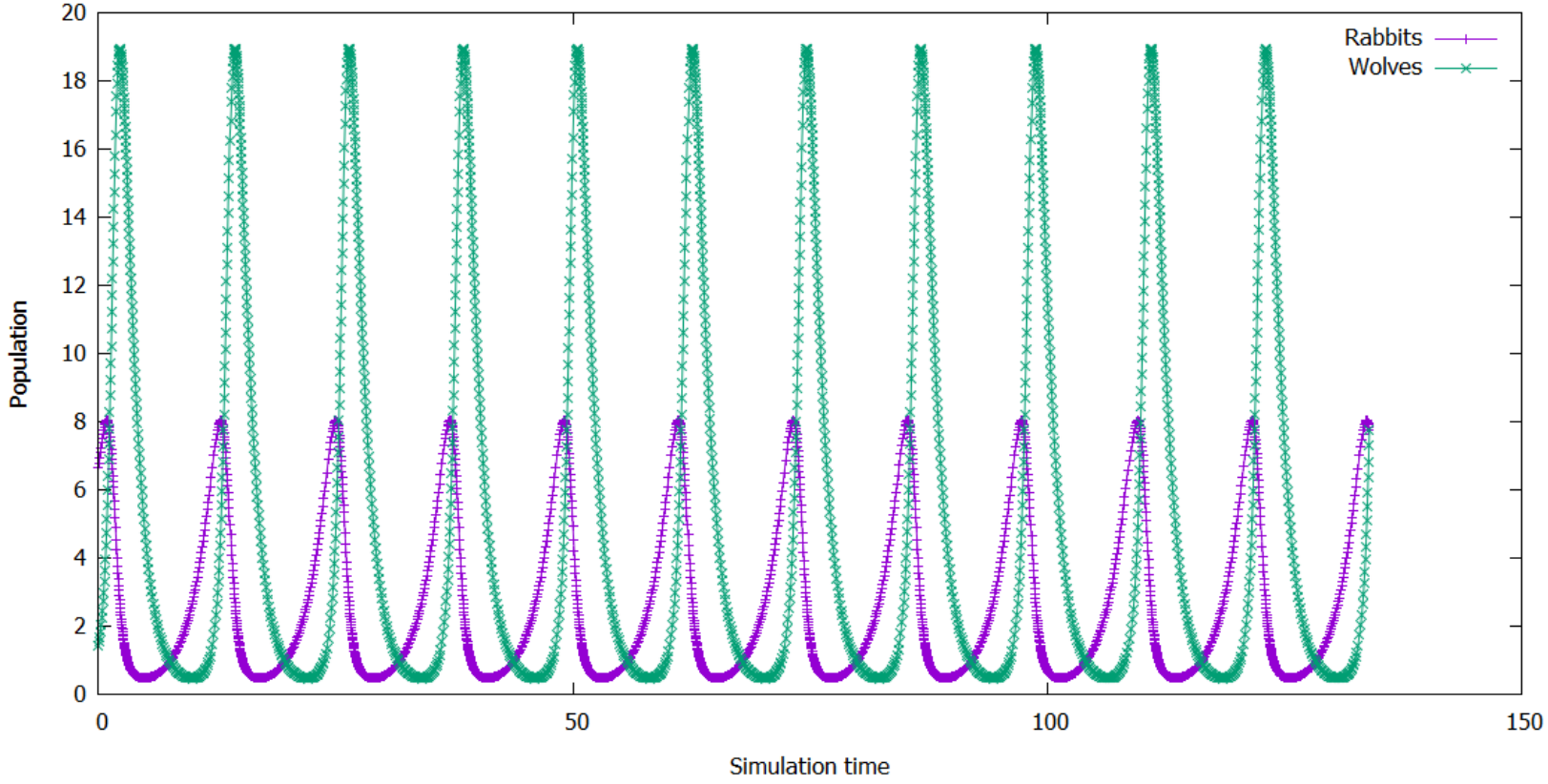
Zip ezzel a függvénnyel:

```
const auto rel_diff = [&] __device__ (auto x, auto y)
{
  auto scale = atol + rtol * max(x, y);
  return (x-y)*(x-y)/scale/scale;
};
```

ahol atol az abszolút tolerancia, rtol a relatív.

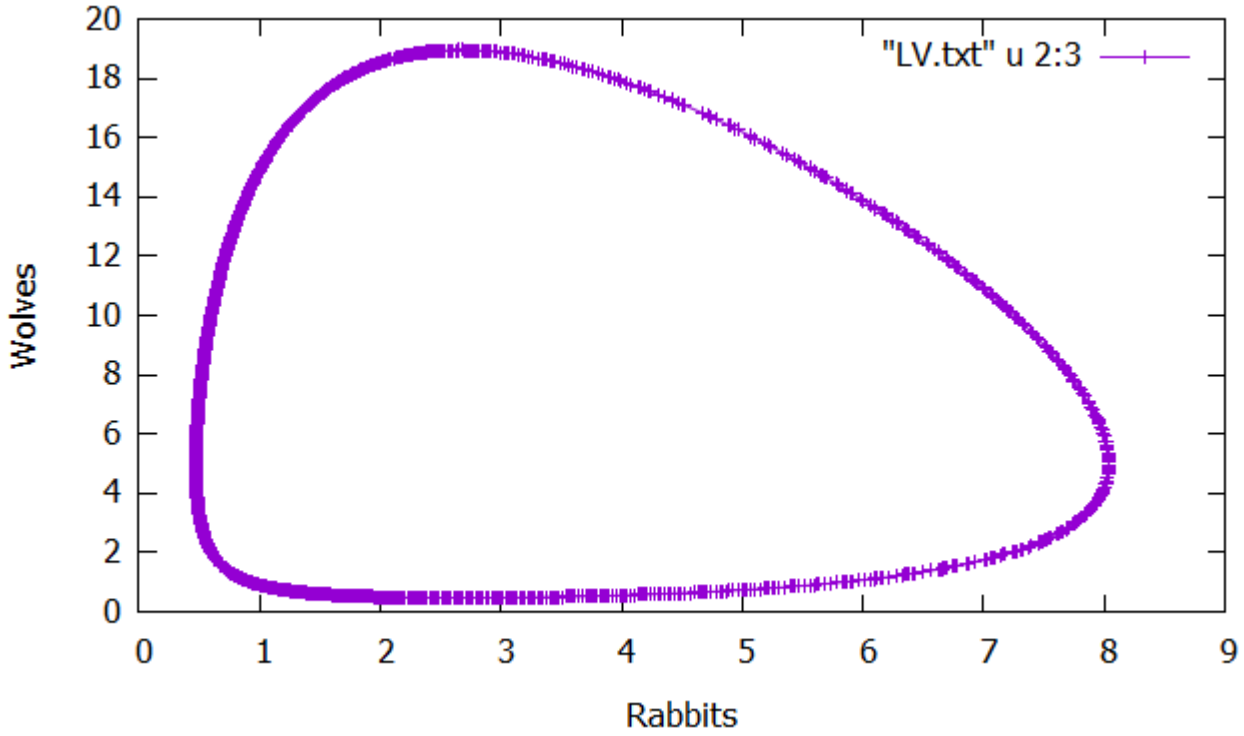
ODE Megoldás

CUDA, állapot kiírása minden sikeres lépésnél



ODE Megoldás

CUDA, állapot kiírása minden sikeres lépésnél



Csúszóablak műveletek

Tipikus példák:

- Véges differencia sémák
- Konvolúció

Csúszóablak műveletek

Véges differencia sémák:

Első derivált becslése:

$$\frac{df}{dx} = \frac{\frac{1}{2}\left(f(x+dx) - f(x-dx)\right)}{dx}$$

Második derivált becslése:

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{f(x+dx) - 2f(x) + f(x-dx)}{dx^2}$$

Csúszóablak műveletek

Véges differencia sémák:

Első derivált becslése:

```
auto diff1 = [=] (T y0, T y1, T y2)->T
{
    return 0.5*(y2-y0)/dx;
};
```

Második derivált becslése:

```
auto diff2 = [=] (T y0, T y1, T y2)->T
{
    return (y0-2.0*y1+y2)/(dx*dx);
};
```

Csúszóablak műveletek

Naív implementáció:

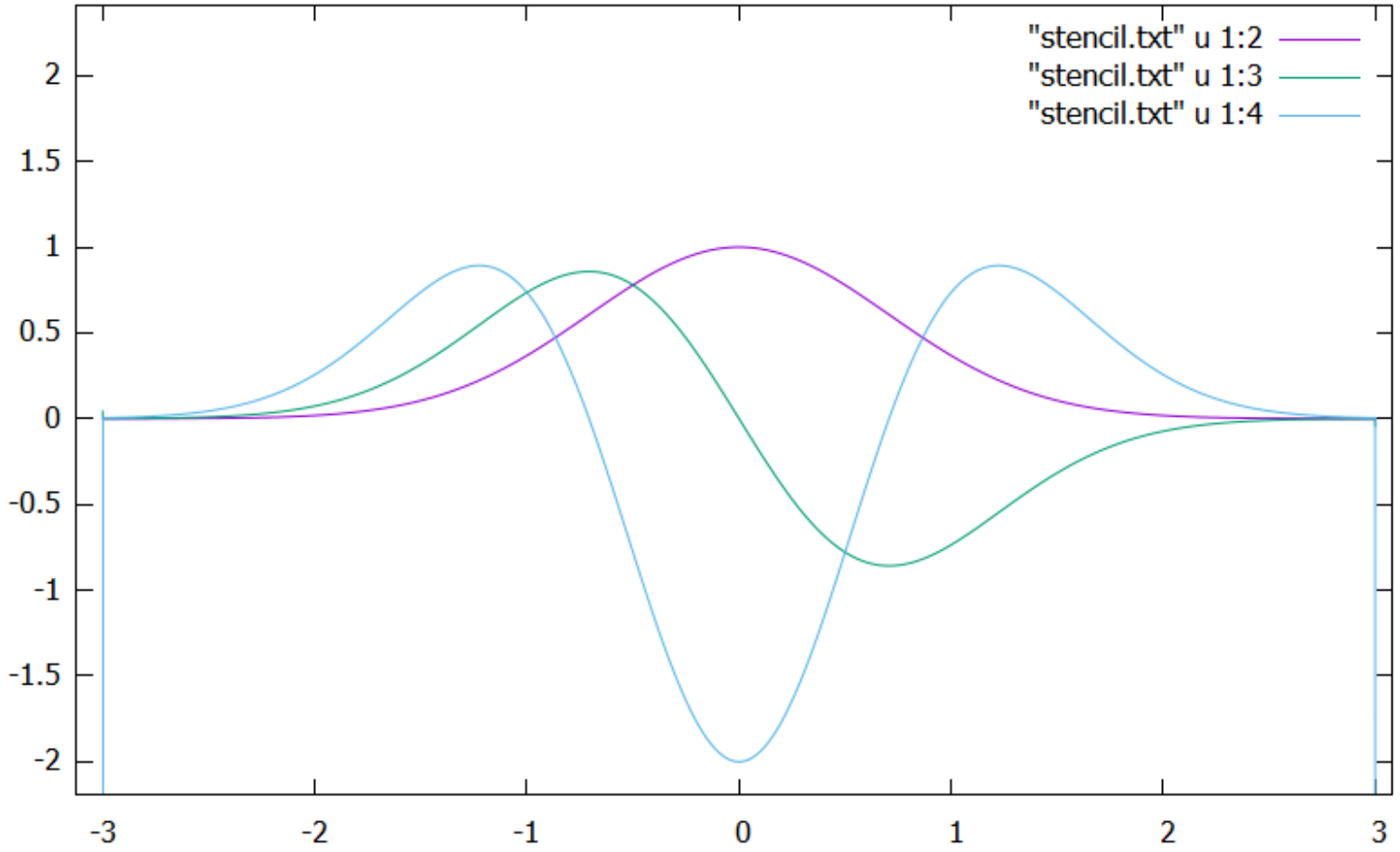
```
template<typename F, typename T, typename R>
__global__ void sliding_map_3_impl(F f, T left, T right, T* src, R* dst)
{
   int id = blockIdx.x*blockDim.x+threadIdx.x;
   int imax = blockDim.x * gridDim.x - 1;
   if     (id == 0   ){ dst[id] = f(left,        src[0   ], src[1   ]); }
   else if(id == imax){ dst[id] = f(src[imax-1], src[imax], right    ); }
   else               { dst[id] = f(src[id  -1], src[id  ], src[id+1]); }
}
```

Csúszóablak műveletek

Mi legyen a határokon???

- Vagy periodikus a tartomány,
- Vagy ha nem, akkor:
  - Vagy extra értékekkel körben ki van egészítve a tartomány
  - Vagy más fajta függvények hatnak a széleken
  - Vagy kisebb méretű lesz a kimenet, mint a bemenet!

Csúszóablak műveletek



Csúszóablak műveletek

Véges differencia sémák:

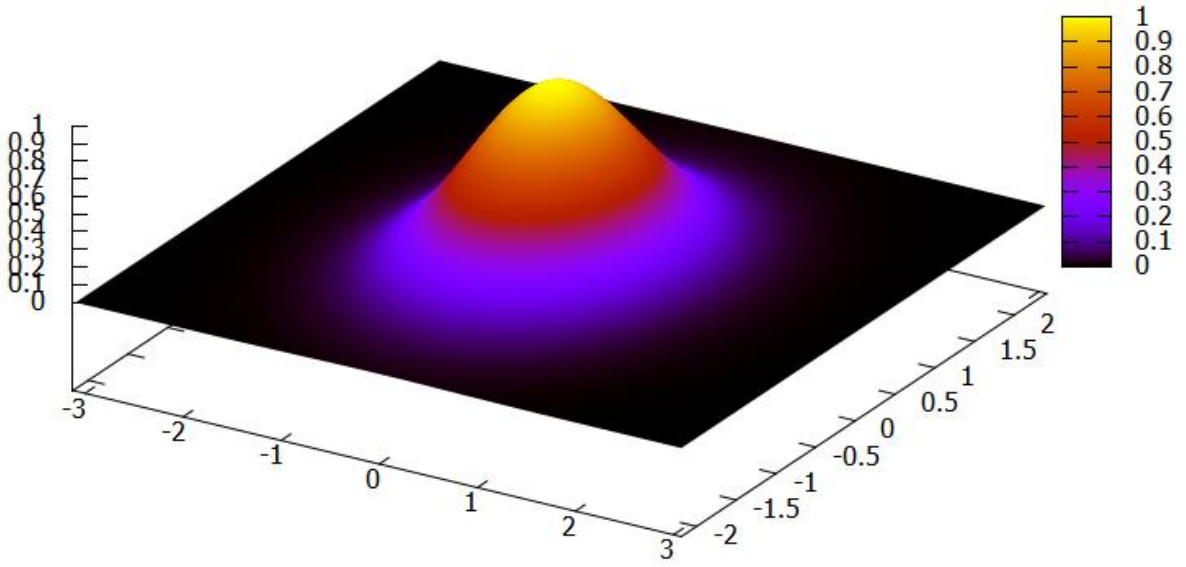
Derivált két változó szerint:

$$\frac{df}{dxdy} = \frac{\frac{1}{2}\left(f(x-dx, y-dy) - f(x+h, y-dy) + f(x+dx, y+dy) - f(x-dx, y+dy)\right)}{dx\, dy}$$

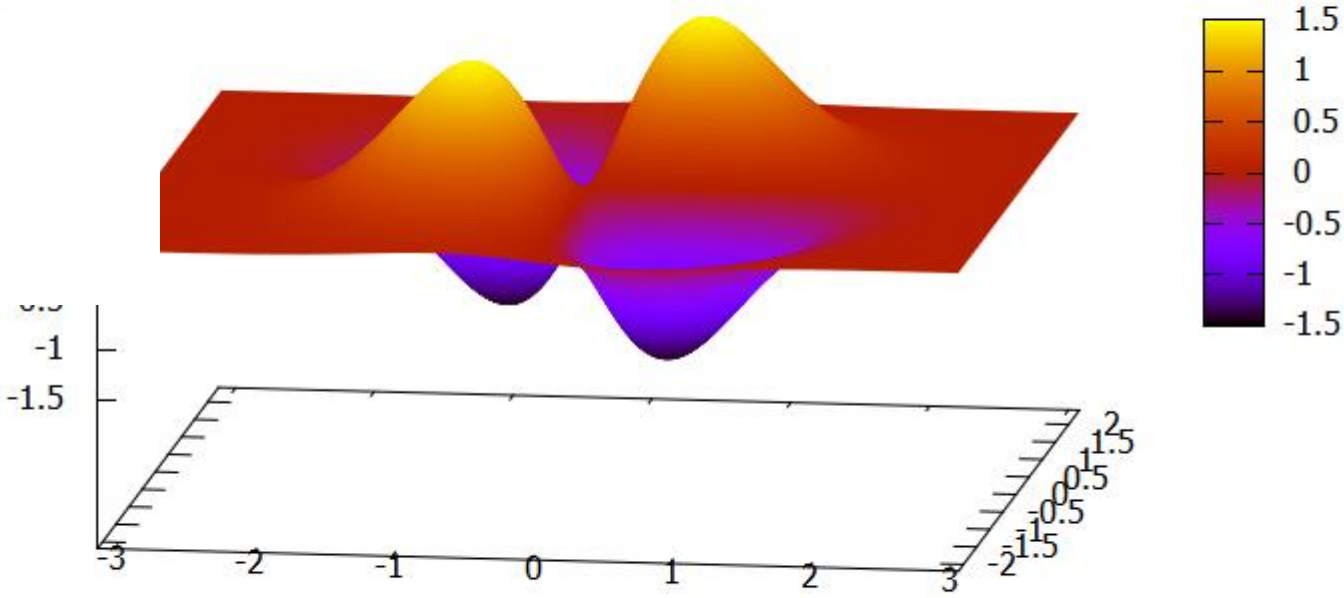
```
auto diffxy = [=] (T a00, T a01, T a02,
                   T a10, T a11, T a12,
                   T a20, T a21, T a22)->T
{
    return (a00-a20 + a22 - a02)/dx/dy/2.0;
};
```

Csúszóablak műveletek

Eredeti gauss függvény



Első derivált x és y szerint is:



Csúszóablak műveletek

Véges differencia sémák:

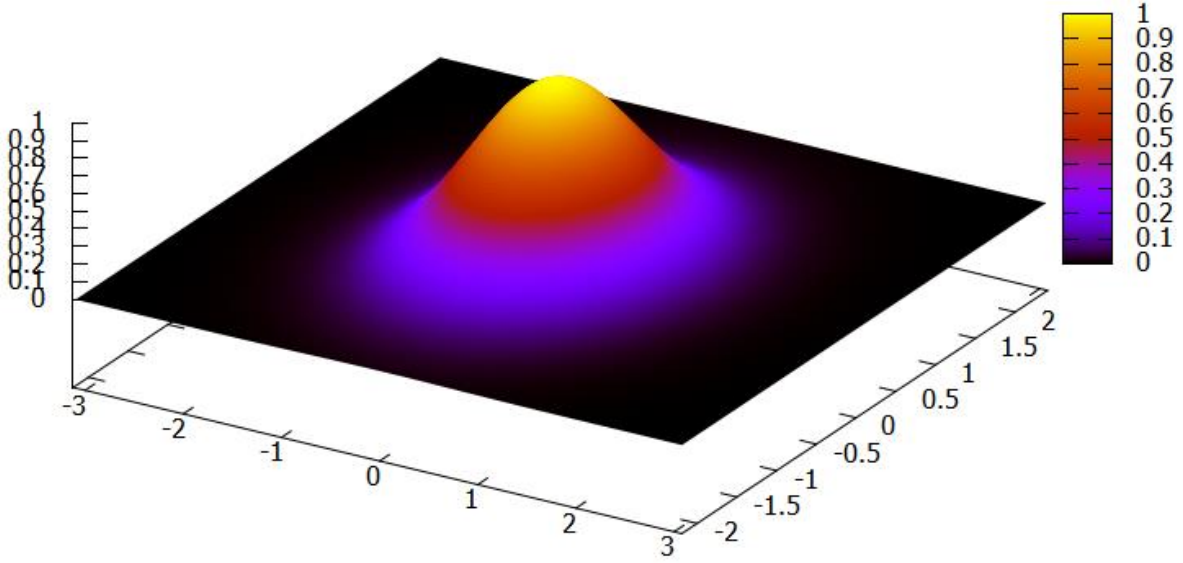
Laplace operátor:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}\right)f(x,y)=\frac{1}{6}\frac{1}{dxdy}\cdot$$
$$f(x-dx,y-dy)+f(x-dx,y+dy)+f(x+dx,y-dy)+f(x+dx,y+dy)$$
$$+4[f(x,y-dy)+f(x,y+dy)+f(x-dx,y)+f(x+dx,y)]-20f(x,y)$$

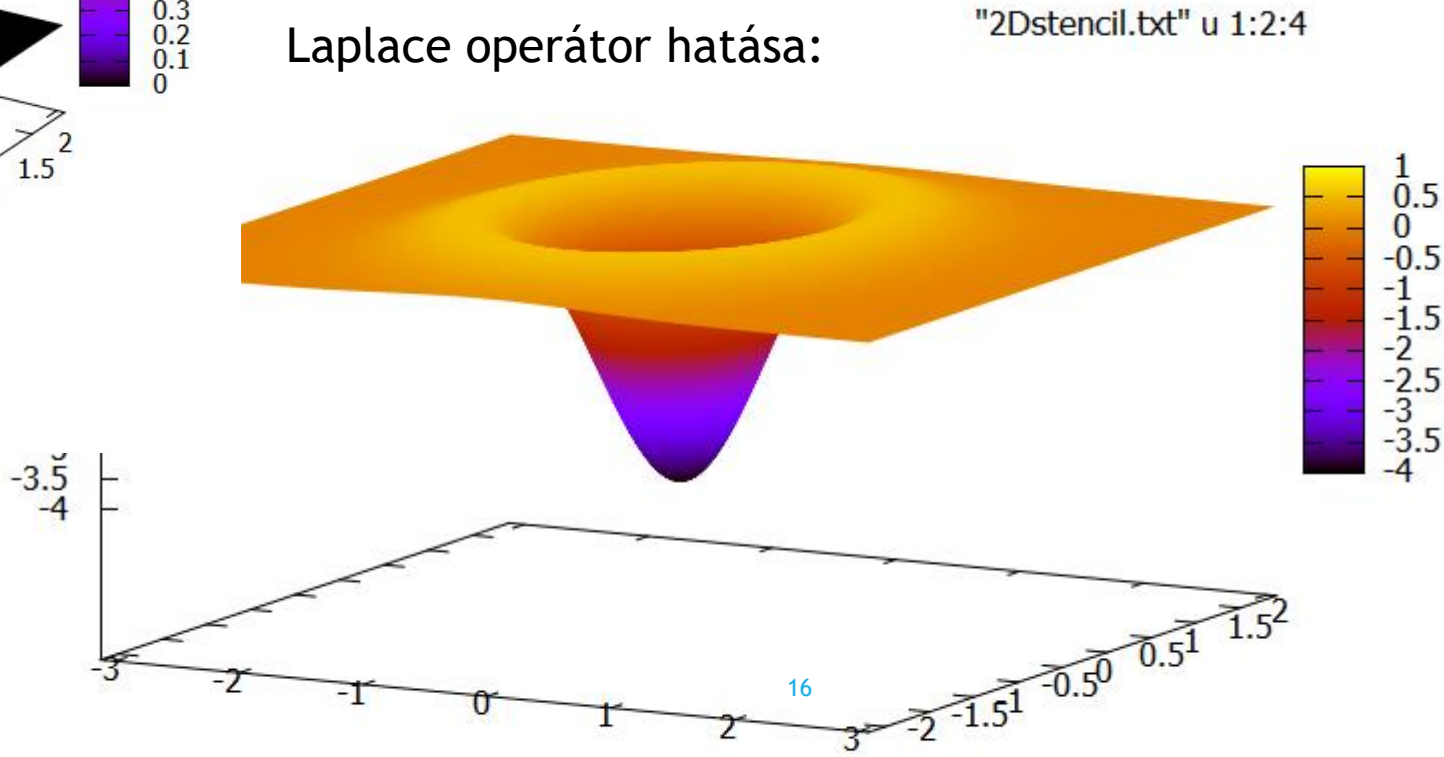
```
auto laplacian = [=] (T a00, T a01, T a02,
                      T a10, T a11, T a12,
                      T a20, T a21, T a22)->T
{
   return (a00+a02+a20+a22 + 4.0*(a10+a01+a12+a21)-20*a11)/dx/dy/6.0;
};
```

Csúszóablak műveletek

Eredeti gauss függvény



Laplace operátor hatása:



Monte-Carlo integrálás

- Szálankénti random szám generálás: kicsi állapot kell!
- Lehmer generátor:

```
double uniform_rnd(long& state)
{
    const long A = 48271;      /* multiplier*/
    const long M = 2147483647; /* modulus */
    const long Q = M / A;      /* quotient */
    const long R = M % A;      /* remainder */
    long t = A * (state % Q) - R * (state / Q);
    if (t > 0){ state = t;     }
    else      { state = t + M; }
    return ((double) state / M);
}
```

Monte-Carlo integrálás

A Monte-Carlo integrálás képlete alapján:

$$\int f(x)dx = V\frac{1}{N}\sum_{i}^{N} f(x_i)$$

Ahol x_i az integrálási tartományon dobott véletlen szám, és N mintát vettünk a tartományból.

De kell V is! Ha van egy befoglaló intervallumunk V_0, és egy maszkoló függvényünk $C(x)$: `T -> {0, 1}`, és K-szor próbálkozunk:

$$V = V_0\frac{1}{K}\sum_{i}^{K} C(x)$$

Monte-Carlo integrálás

Viszont, mivel a függvényt csak akkor tudjuk kiértékelni, ha C 1-et ad, ezért:

$$N = \sum_{i}^{K} C(x)$$

Ami visszaírva:

$$\int f(x)dx = \frac{V_0}{K} \sum_{i,C(x_i)=1}^{K} f(x_i)$$

Monte-Carlo integrálás

SYCL példakód:

```
cgh.parallel_for<class MCIKernel>(r, [=](cl::sycl::nd_item<1> id)
{
  auto g = id.get_group().get(0);
  auto bs = id.get_local_range().get(0);
  auto l = id.get_local().get(0);

  long q0 = (long)(15348919 ^ (7+g));
  long state = (long)(2147483647 * uniform_rnd(q0));
  double t = 0.0; size_t n = 0;
  while(n < thcount){
      double x = uniform_rnd(state) * (x1-x0) + x0;
      double y = uniform_rnd(state) * (y1-y0) + y0;
      if(mask(x, y)){ t += f(x, y); }
      n += 1;
  }
  loc[l] = t / N;
  //Innentől a szoksásos redukció...
```

Monte-Carlo integrálás

Összehasonlítás: 2^35 minta, 2D kör integrálja négyzeten belül

C++ Mersenne Twister CPU-n:

38 perc, eltérés: 0.0000038401290197

Lehmer CPU-n:

7.6 perc, eltérés: 0.0000000162166743

Lehmer, SYCL GPU-n, 16384 szál:
15 sec, eltérés: 0.0000113260987873

Ising model

Adott egy négyzetrácsunk, rajta $\sigma = \{-1, +1\}$ spinekkel és a következő Hamiltonnal:

$$\mathcal{H} = J \sum_{\{ij\}} \sigma_i \sigma_j$$

ahol ij minden rácspontra megy, j pedig a legközelebbi szomszédokra (4 db). J a spinek közötti kölcsönhatás erőssége.

Határozzuk meg az egyensúlyi eloszlását a spineknek!

Ising model

Ez is egy monte-carlo szimuláció, metropolis eljárással:

Referencia módszer: 1 spin változtatása egy időben

1. Válasszunk ki egy random spint
2. Számoljuk ki az energiáját az aktuális helyzetében és megfordítva az állapotát:
   ```
   auto dE = J * (Eflip - Ecurrent);
   ```
3. Fogadjuk el az új állapotot, ha a megfordítás előnyös, vagy ha az átmenet valószínűségének megfelelő számot dobtunk:

```
if( dE <= 0.0 || exp(-dE*beta) > uniform_rnd(state) )
{
   grid[y1*N+x1] = (T)1 - c0;
}
```

Ising model

Megfigyelhető mennyiségek:

Mágnesezettség (átlagos spin):

$$\langle M \rangle = \frac{J}{N} \sum_i \sigma_i$$

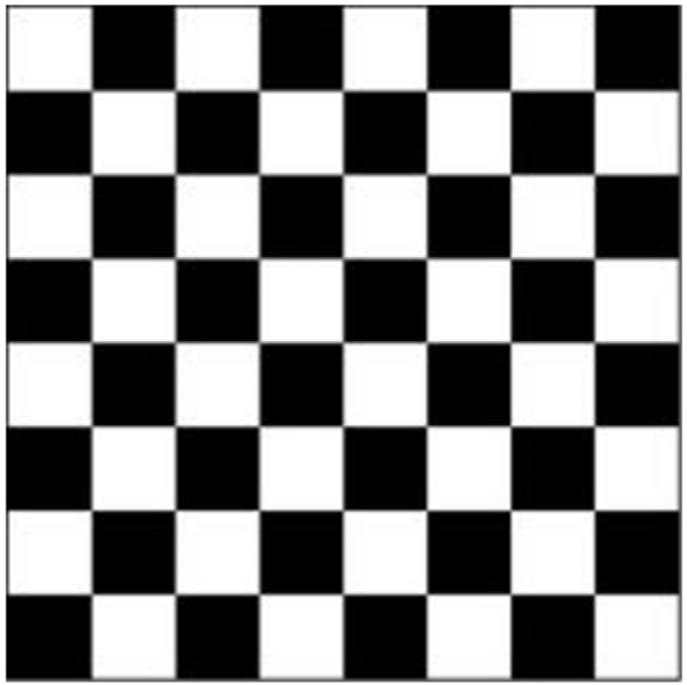
Átlagos energia:

$$\langle U \rangle = -\frac{J}{2N} \sum_{\{ij\}} \sigma_i \sigma_j$$

Ising model

GPU-s változat:

Az egy spin változtatás nem párhuzamosítható, fordítsunk több spint egyszerre. A lehető legtöbbet->sakktábla update:



Egy lépésben az összes azonos színű spint tudjuk frissíteni, mert az ő értékük csak a másik színű spinektől függ!

Ising model

```
size_t x = id.get(0), y0 = id.get(1), xlo, xhi, ylo, yhi; long pstate = rng[y0*N+x];

for(int eo0=0; eo0<1; ++eo0){
  auto eo = (even_odd + eo0) % 2;
  auto y = y0 * 2 + ((int)(x+eo) % 2); //checkerboard on global level
  make_periodic(x, N, xlo, xhi); make_periodic(y, N, ylo, yhi);

  for(int k=0; k<nsteps; ++k){

    float sum = src[xlo][y] + src[xhi][y] + src[x][ylo] + src[x][yhi];
    float cell = src[x][y];
    float Ecurrent = -cell * sum, Eflip = +cell * sum;
    auto dE = J * (Eflip - Ecurrent);
    if( dE <= 0.0 || cl::sycl::exp(-dE*beta) > uniform_rnd(pstate) )
    { src[x][y] = -cell; }
  }

}
```

Ising model

```
size_t x = id.get(0), y0 = id.get(1), xlo, xhi, ylo, yhi; long pstate = rng[y0*N+x];

for(int eo0=0; eo0<1; ++eo0){
  auto eo = (even_odd + eo0) % 2;
  auto y = y0 * 2 + ((int)(x+eo) % 2); //checkerboard on global level
  make_periodic(x, N, xlo, xhi); make_periodic(y, N, ylo, yhi);

  for(int k=0; k<nsteps; ++k){

    float sum = src[xlo][y] + src[xhi][y] + src[x][ylo] + src[x][yhi];
    float cell = src[x][y];
    float Ecurrent = -cell * sum, Eflip = +cell * sum;
    auto dE = J * (Eflip - Ecurrent);
    if( dE <= 0.0 || cl::sycl::exp(-dE*beta) > uniform_rnd(pstate) )
    { src[x][y] = -cell; }
  }

}
```

Itt történik a sakktábla létrehozása!

Ising model

Fontos dolgok:

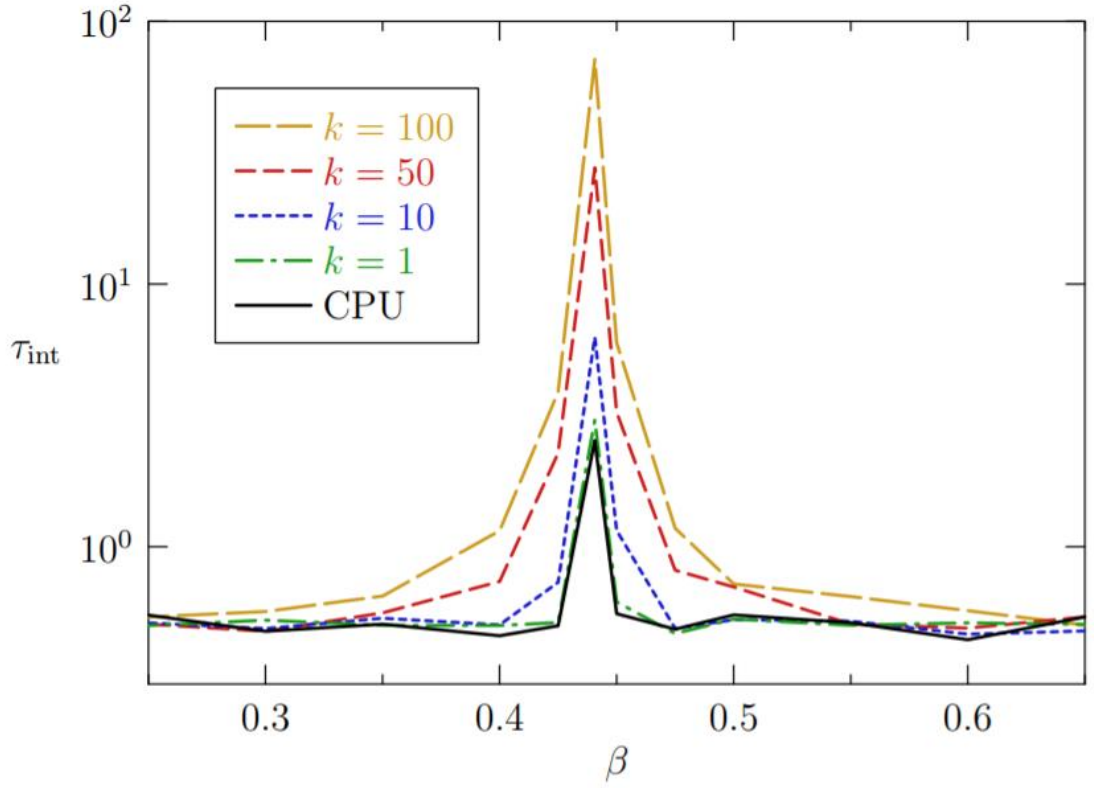
- N/2 db szál dolgozik
- Minden alrácson (fél sakktáblán) több updatet is végzünk
- Majd áttérünk a másik rácsra

- Ez a módszer elrontja a részletes egyensúlyt! Az csak átlagban teljesül! Ezért így érdemes léptetni és mérni (ahol M a mérés A és B a két alrács update-je):

AAAA(M)AAAABBBB(M)BBBBAAAA(M)AAAABBBB(M)BBBB

Ising model

A kritikus hőmérséklet közelében ez a módszer sokkal lassabban állítja elő az egyensúlyi eloszlást!



Forrás illetve további olvasni való!

Ising model

Teljesítmény (nanoszekundum / spin-flip):

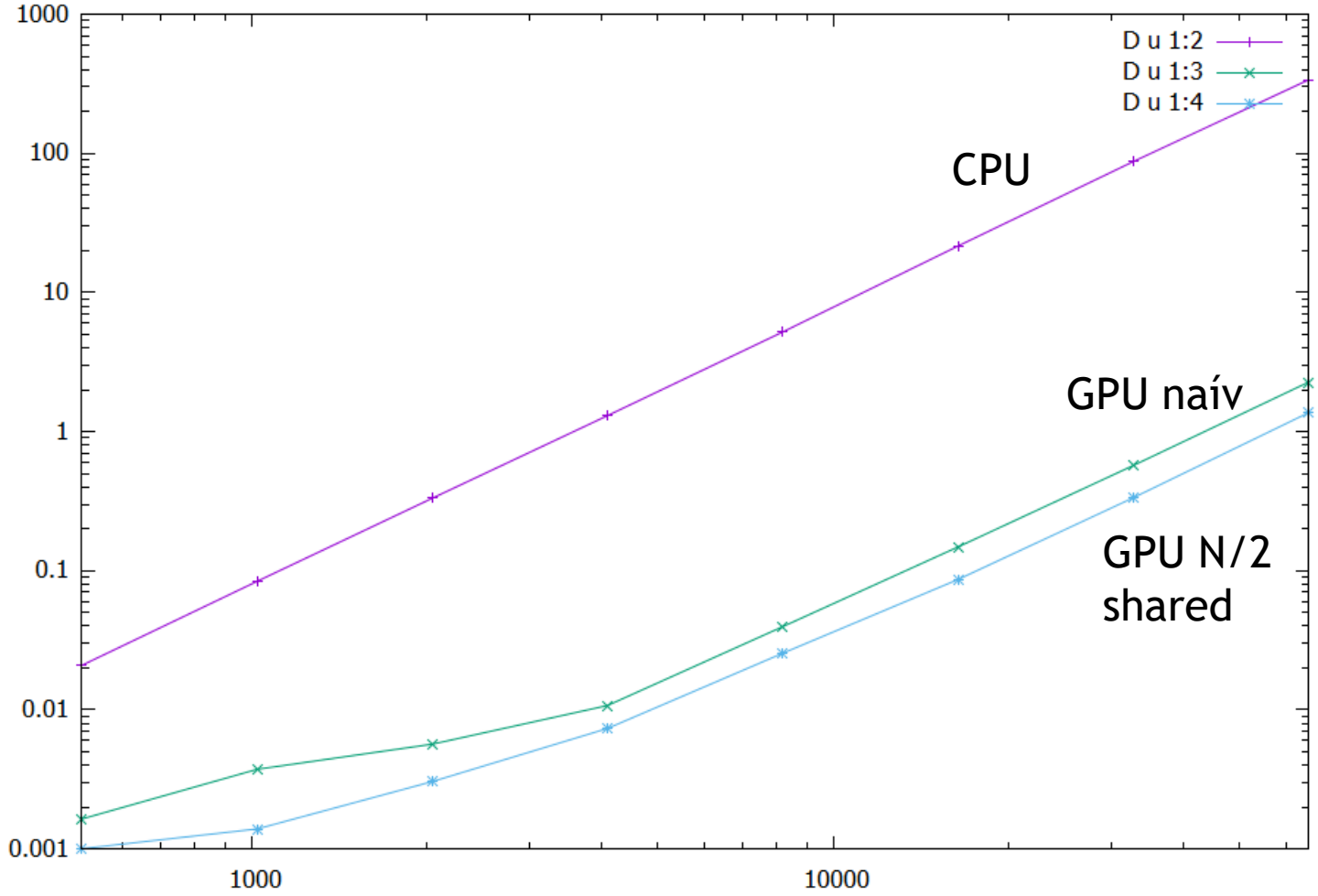
méret	CPU	GPU
32	29	23
64	30	5.7
128	35	1.7
256	37	1.2
512	41	0.96
1024	52	0.88

N test szimuláció

- Parametrikus kölcsönhatás, de feltételezzük, hogy szimmetrikus
- Csak erőt számolunk (az a költséges)
- CPU referencia változat
- GPU naív implementáció (itt nehéz az N/2!)
- GPU lokális memóriás változat

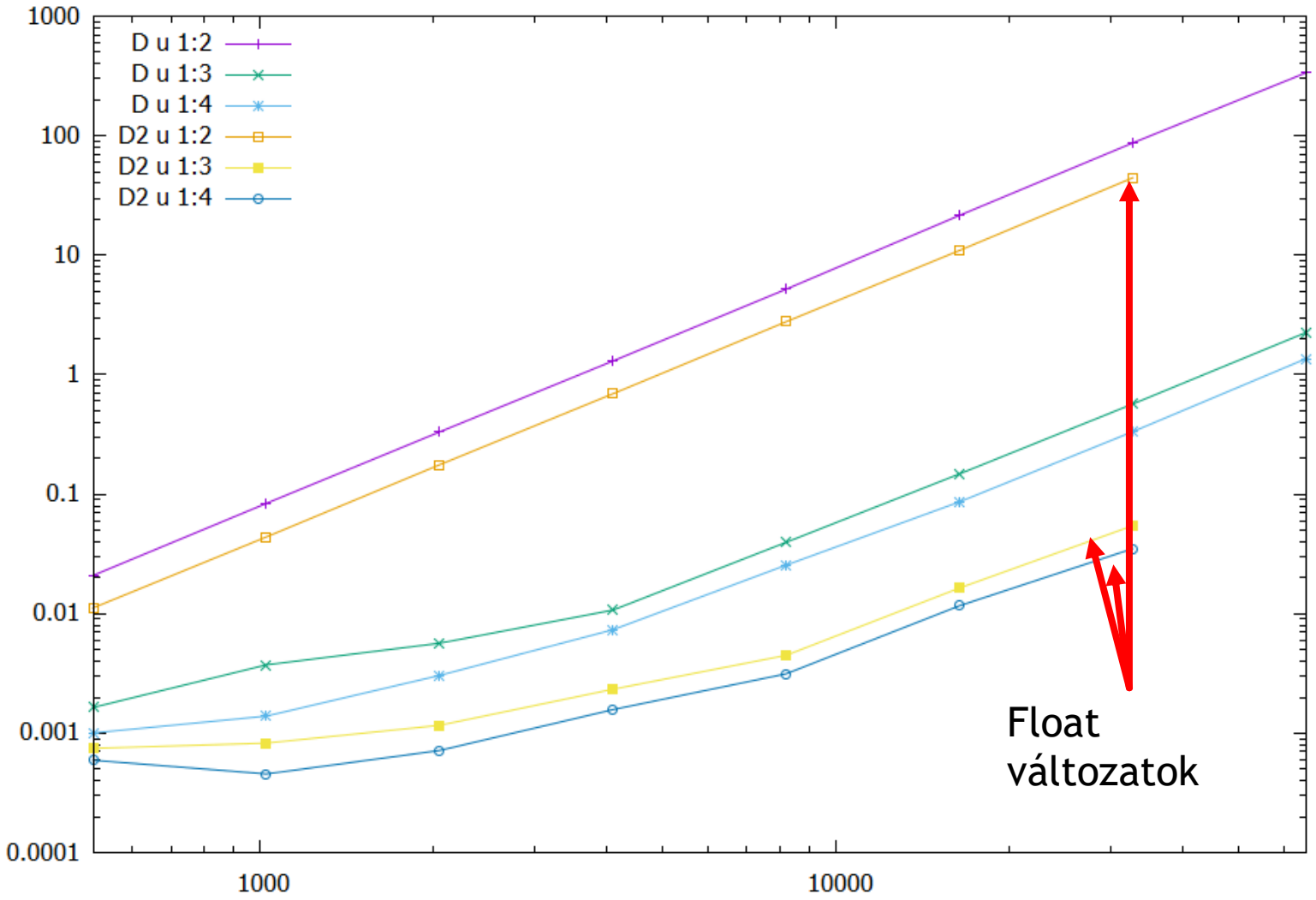
N test szimuláció

Double precision



N test szimuláció

Számít, hogy float, vagy double!

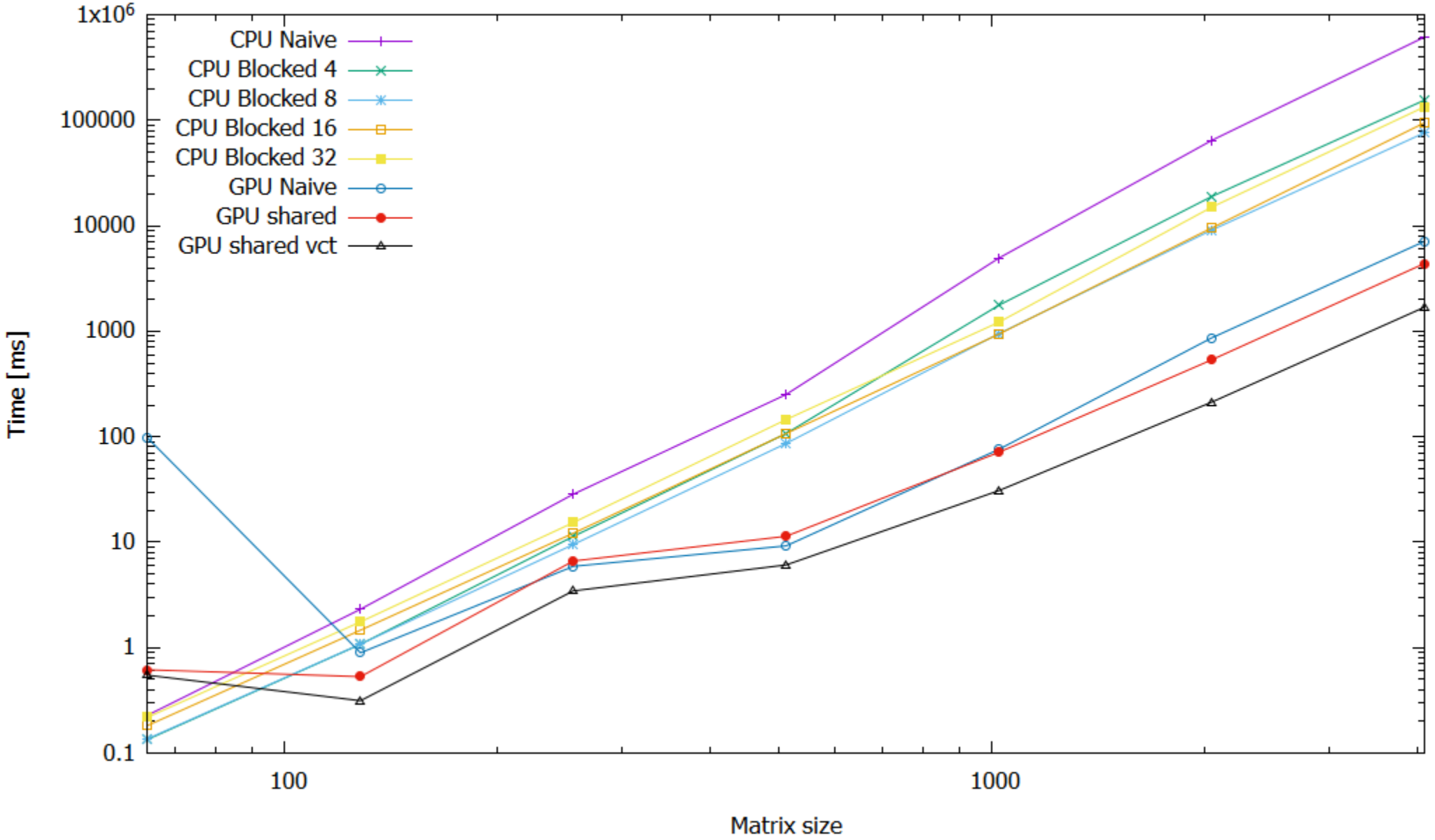


Mátrix-vektor szorzás

Naív és különböző blokkosítású változatok.

Mátrix-mátrix szorzás

Naív, shared és vektorizált változat



További funkcionális primitívek

Számos esetben kell olyan ciklusokat használnunk, amelyekről nem tudjuk, hogy hányszor fognak lefutni:

- Runge-Kutta
  - Léptetés a megállási feltételig
  - Újrapróbálkozás, ha az aktuális lépés hibája túl nagy
- Iteratív/adaptív módszerek
  - Finomítás, amíg egy hibahatáron belülre kerülünk

Ezeket általában while ciklusokkal oldjuk meg... Ez nem komponálható!

Nincs erre valami funkcionális konstrukció?

További funkcionális primitívek

While ciklusok... Nincs erre valami funkcionális konstrukció?

A fold duálisa

A fold-nak van duálisa, amit némi algebra után elő lehet állítani:

$\text{foldl} :: (a \to b \to a) \to a \to f\ b \to a$

$((a, b) \to a) \to a \to f\ b \to a$

A kétargumentumos függvény úgy is írható, mintha szorzat típust várna:

$(x \to y \to z) \sim (x, y) \to z$

$((a, b) \to a) \to (() \to a) \to f\ b \to a$

Egy érték izomorf egy egységből előállító függvénnyel:

$a \sim () \to a$

$\big((a, b) \to a, () \to a)\ \big) \to f\ b \to a$

Ismét: $(x \to y \to z) \sim (x, y) \to z$

$\big((a, b) \mid () \to a\big) \to f\ b \to a$

$(x \to z, y \to z) \sim x \mid y \to z$

$(\text{Maybe}\ (a, b) \to a) \to f\ b \to a$

$x \mid () \sim \text{Maybe}\ x$

A fold duálisa

A fold-nak van duálisa, amit némi algebra után elő lehet állítani:

$$(\text{Maybe}\ (a, b) \to a) \to f\ b \to a$$

$$f\ b \to (\text{Maybe}\ (a, b) \to a) \to a$$

$$f\ b \leftarrow (\text{Maybe}\ (a, b) \leftarrow a) \leftarrow a$$

$$a \to \big(a \to \text{Maybe}\ (a, b)\big) \to f\ b$$

$$\text{unfoldl} :: \big(a \to \text{Maybe}\ (a, b)\big) \to a \to f\ b$$

Fordítsuk meg az argumentumok sorrendjét

Most dualizálunk, ez kategóriaelméletben azt jelenti, hogy megfordítjuk a nyilak irányát

Amit jobbról balra írva

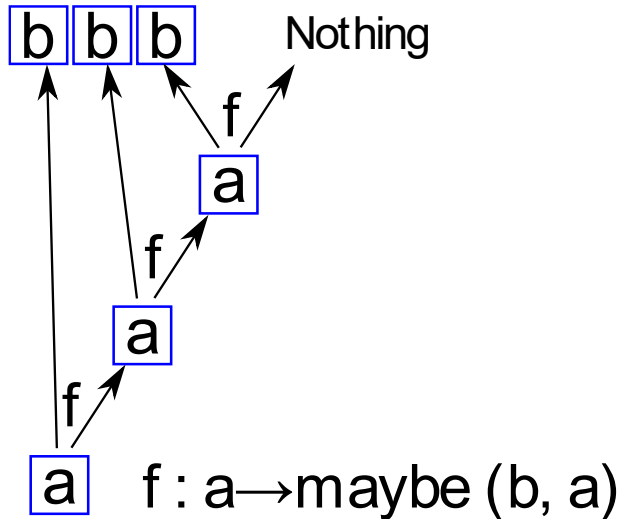
És még egy argumentum sorrend cserével…

Olvasnivaló itt és itt.

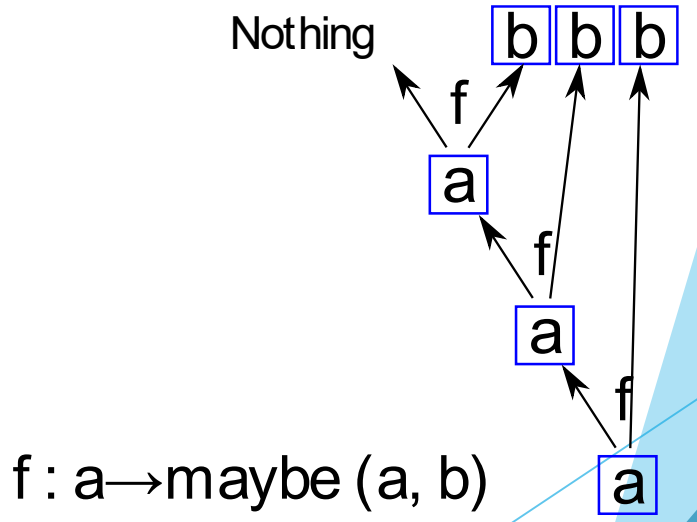
Unfold

While ciklusok... Nincs erre valami funkcionális konstrukció?

```
unfoldr :: (a->maybe (b, a)) -> a -> f b
```




```
unfoldl :: (a->maybe (a, b)) -> a -> f b
```



Unfold

Az unfoldokal szekvenciálisan állíthatunk elő (járhatunk be) kollekciókat.

```
unfoldr :: (a->maybe (b, a)) -> a -> f b

unfoldl :: (a->maybe (a, b)) -> a -> f b
```

Példák: fájlból elemek beolvasása, rekurzív kiértékelés (fibbonacci), egyik tárolóból a másikba átalakítás, scan, stb.

Unfold

Az unfoldokal szekvenciálisan állíthatunk elő (járhatunk be) kollekciókat. Pl.: állítsuk elő az első 5 kettő hatványt egy listába:

```
unfoldr :: (a -> Maybe (b, a)) -> (a -> [b])
unfoldr f a = case f a of
                  Just (b, a') -> b : unfoldr f a’
                  Nothing -> []


main = print $ unfoldr (\(x, n)->(if (n == 0)
                                  then Nothing
                                  else Just (x, (x*2, n-1)))) (1, 5)
```

Ugyan ez C++-ban itt.

A hilomorfizmus

Egy unfold és egy fold együtt nagyon hasznos konstrukciót eredményez:

A hylomorfizmust:

```
unfoldr :: (a->maybe (b, a)) -> a -> f b
foldr :: (b->c->c) -> c -> f b -> c
```

A köztes, átmenti f b eltűnik!

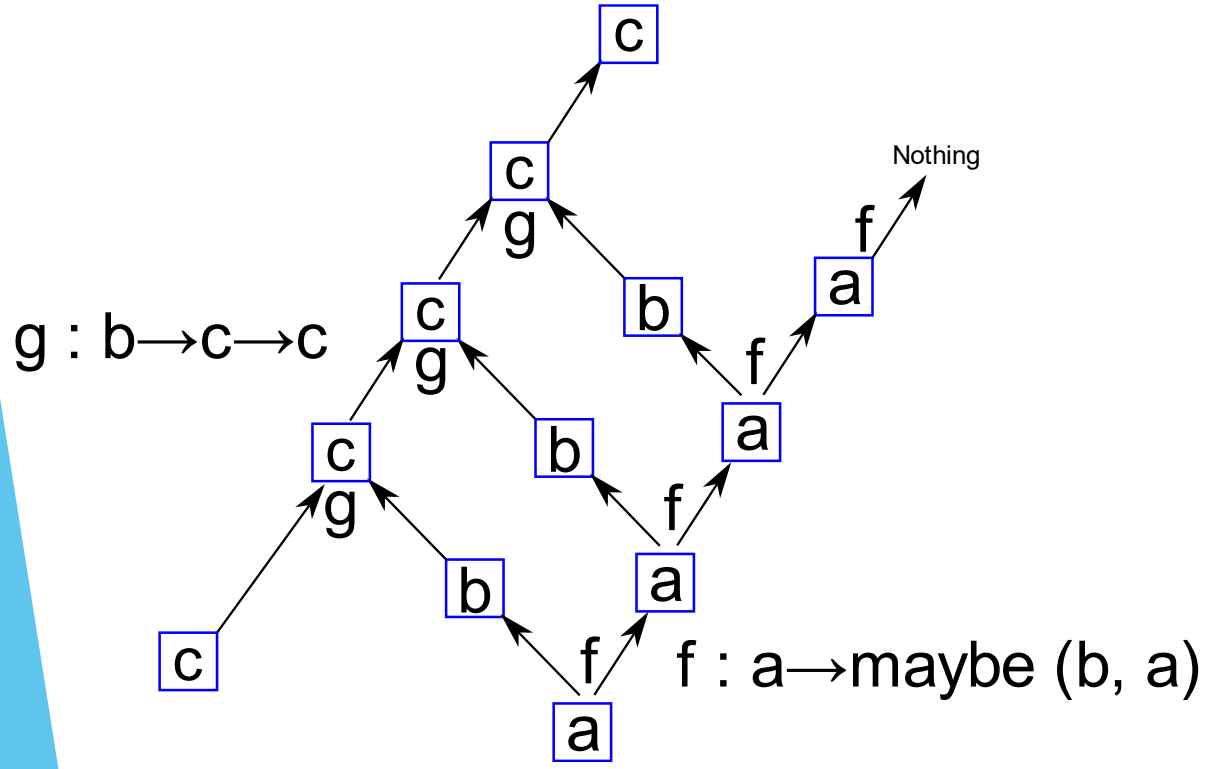
```
hylo :: (a->maybe (b, a)) -> (b->c->c) -> a -> c -> c
```

A hilomorfizmus

Egy unfold és egy fold együtt nagyon hasznos konstrukciót eredményez:

A hylomorfizmust:

```
hylo :: (a->maybe (b, a)) -> (b->c->c) -> a -> c -> c
```

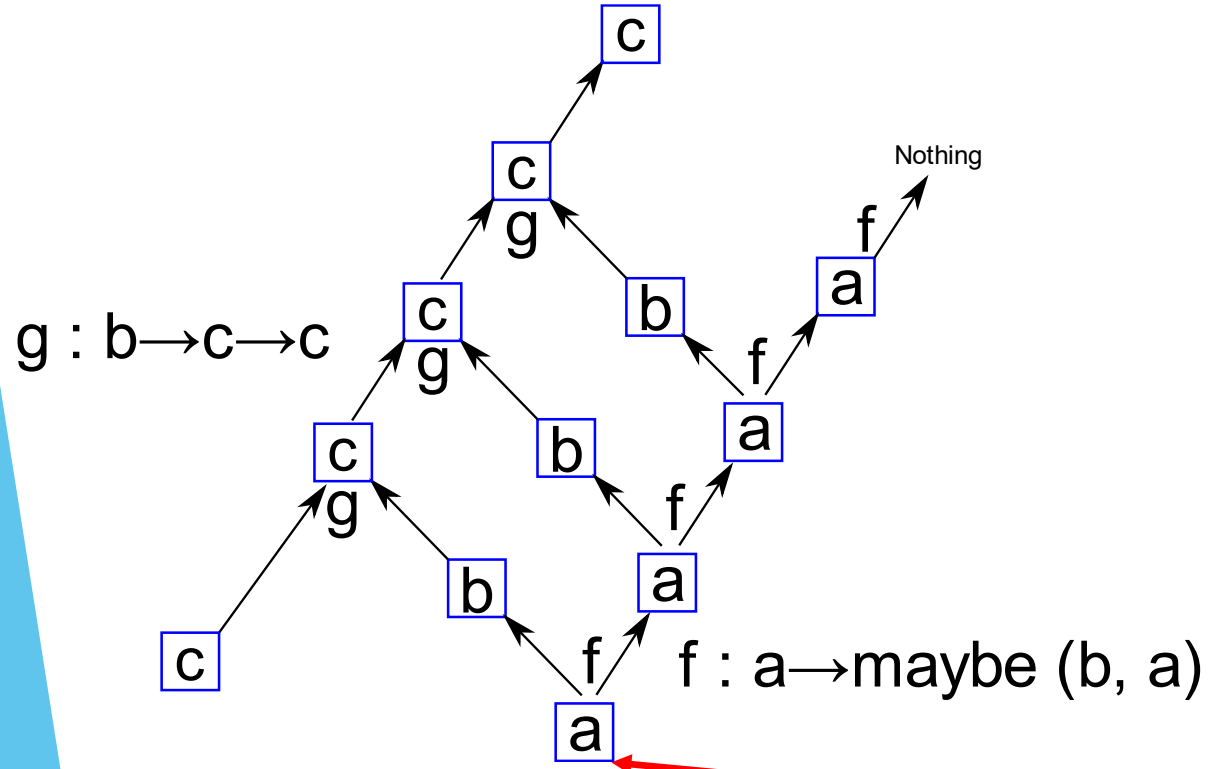


A hilomorfizmus

Egy unfold és egy fold együtt nagyon hasznos konstrukciót eredményez:

A hylomorfizmust:

```
hylo :: (a->maybe (b, a)) -> (b->c->c) -> a -> c -> c
```



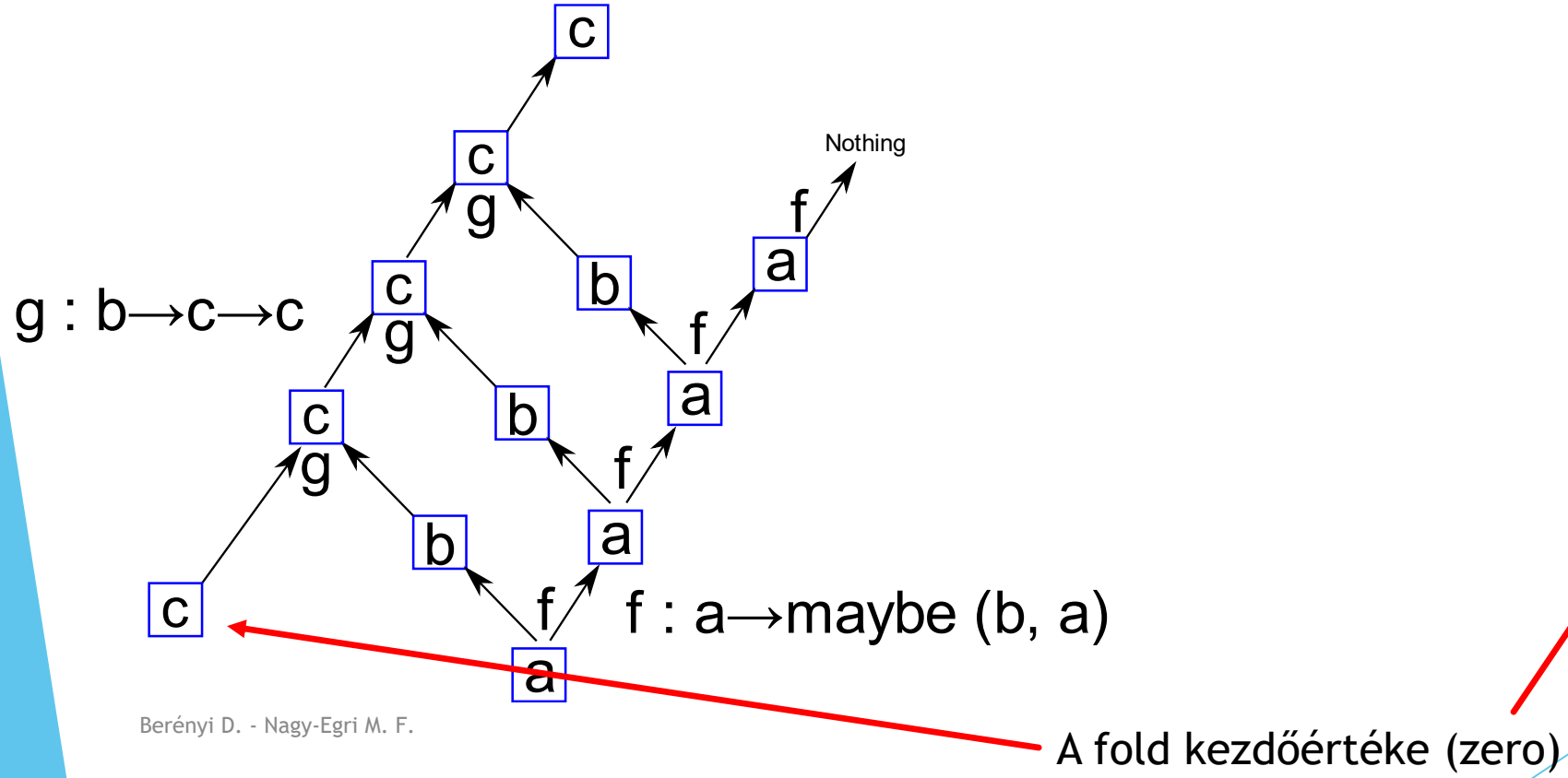
Az unfold kezdőértéke (seed)

A hilomorfizmus

Egy unfold és egy fold együtt nagyon hasznos konstrukciót eredményez:

A hylomorfizmust:

```
hylo :: (a->maybe (b, a)) -> (b->c->c) -> a -> c -> c
```

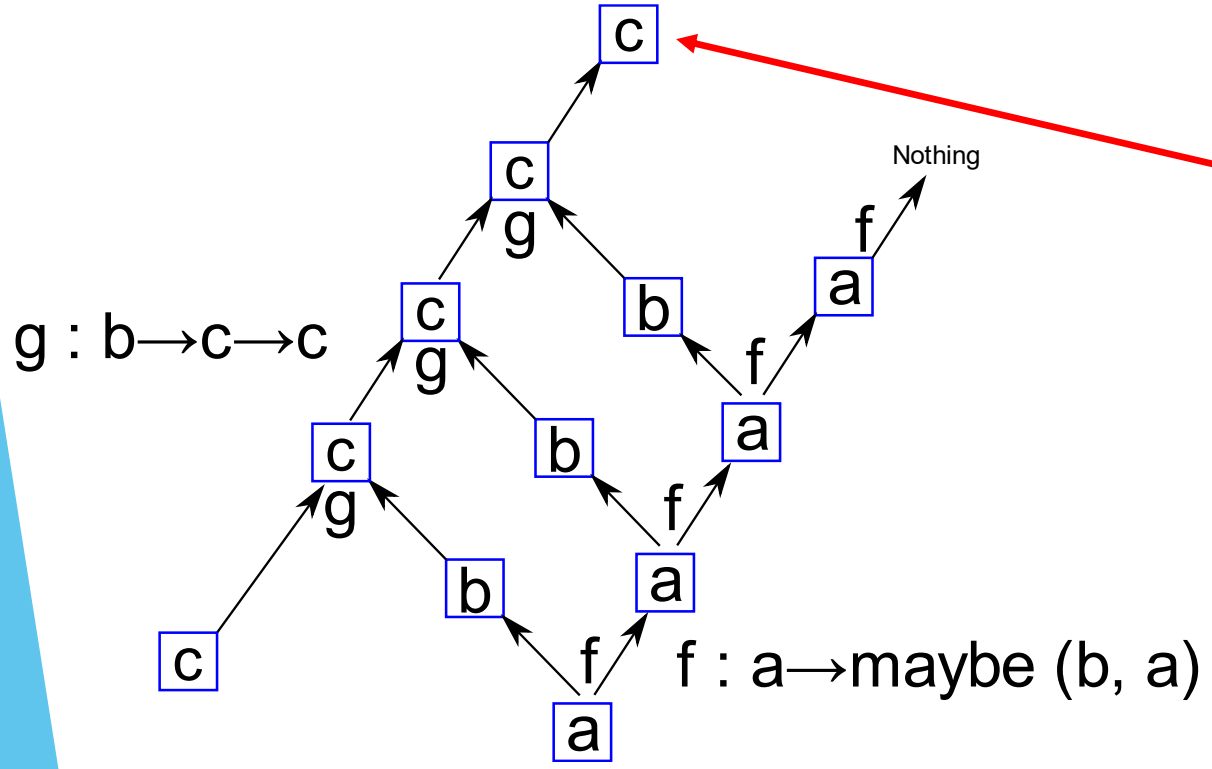


A hilomorfizmus

Egy unfold és egy fold együtt nagyon hasznos konstrukciót eredményez:

A hylomorfizmust:

```
hylo :: (a->maybe (b, a)) -> (b->c->c) -> a -> c -> c
```



A végeredmény

A hilomorfizmus

A hylomorfizmus: `hylo :: (a->maybe (b, a)) -> (b->c->c) -> a -> c -> c`

```
template<typename UF, typename FF, typename S, typename Z>
auto hylo( UF uf, FF ff, S seed, Z zero ){
    auto maybe_val_and_seed = uf( seed );
    Z acc = zero;
    while( maybe_val_and_seed ){
        acc = ff( acc, maybe_val_and_seed.value.l );
        maybe_val_and_seed = uf( maybe_val_and_seed.value.r );
    }
    return acc;
}
```

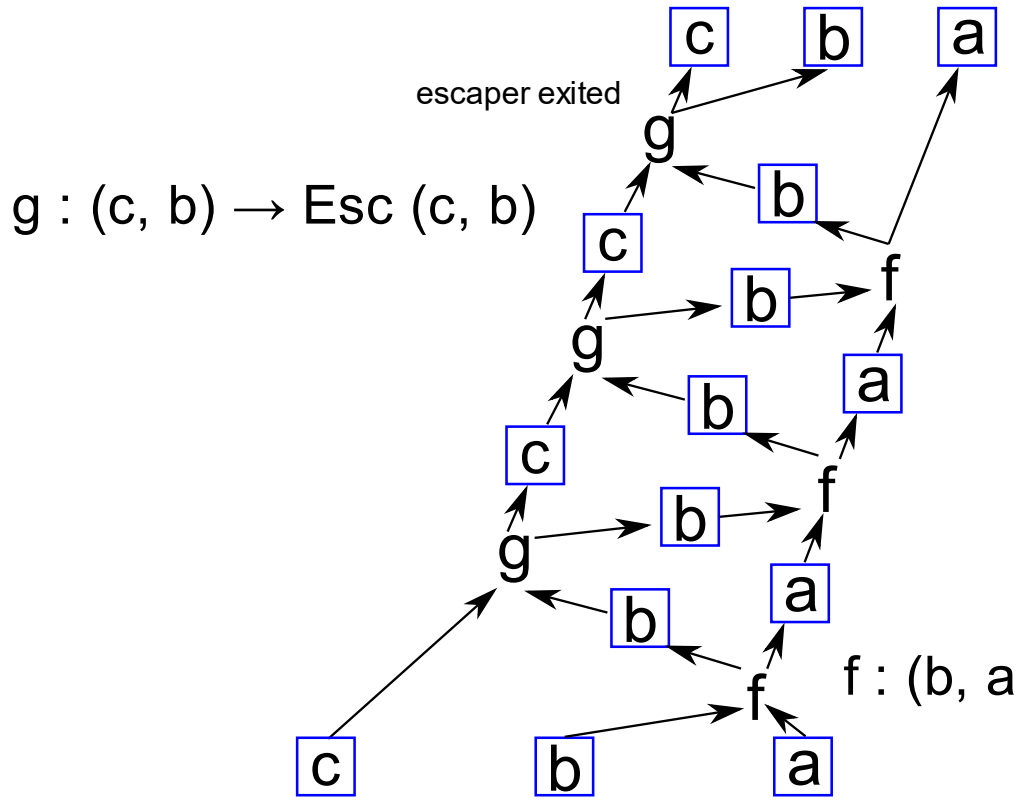
A hilomorfizmus

Alkalmazás: Newton iteráció

```
template<typename F, typename dF, typename S, typename T>
auto NewtonIterator( F f, dF df, S const& start, T const& tolerance, int nmaxit )
{
  return hylo([=](Pair<T, int> const& xn_n)
        {
          auto xnn = xn_n.l - f(xn_n.l)/df(xn_n.l);
          int n = xn_n.r + 1;
          return maybe(cl::sycl::fabs(xnn-xn_n.l)*2 > tolerance && n < nmaxit,
                       [=]{ return makePair(makePair(xnn, n), makePair(xnn, n)); });
        }, [](auto xn, auto xnn){ return xnn; }, start, makePair(0.0, 0) );
}
```

Kölcsönös rekurzió

- Mutumorfizmus:
  Fold és unfold együtt, de két irányú az egymásra hatásuk:

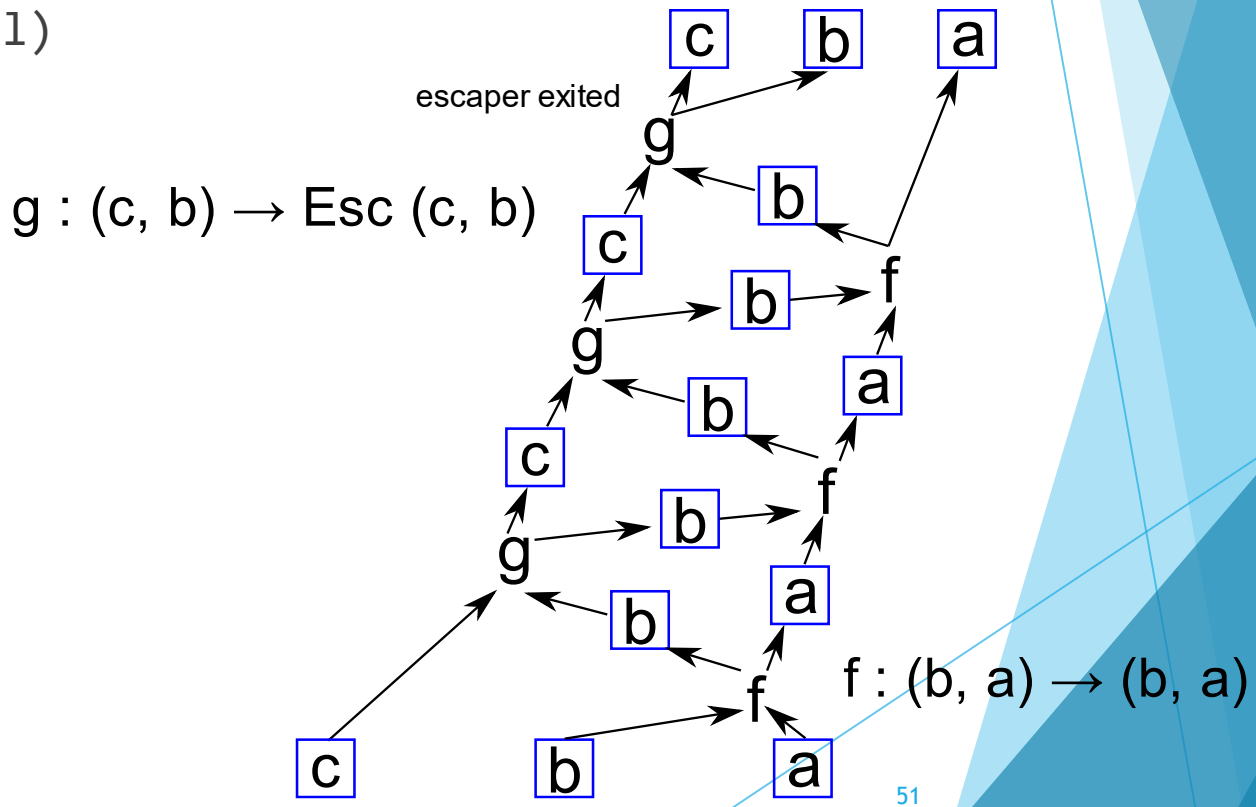


Kölcsönös rekurzió

- Mutumorfizmus:

```
mutu :: ((b, a)->(b, a)) -> ((c, b)->Esc (c, b)) -> a -> b -> c -> (a, b, c)
```

- Az `Esc x` típus lényegében `(x, bool)`
  Olyan mint a `Maybe x`,
  de mindig tárol adatot,
  a false érték azt jelzi,
  hogy véget kell vetni
  a számolásnak



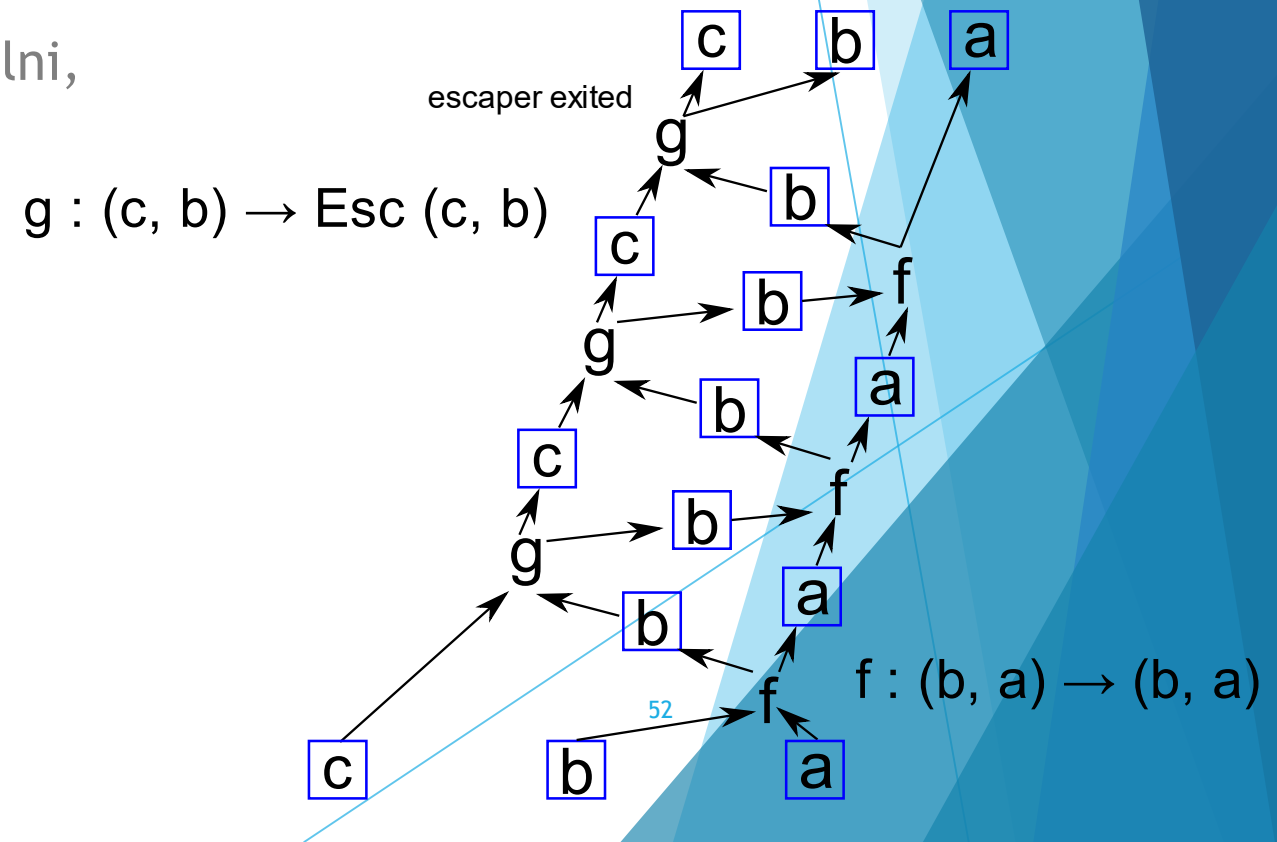
Kölcsönös rekurzió

Példakód

Alkalmazás:

Az Adaptív Runge-Kutta két helyen is ilyen:

- Az aktuális lépés ismétlése addig, amíg hibahatáron belül nem sikerül
  (a fold oldalon derül ki, hogy kell-e ismételni, ezért az idő, lépésköz és állapot hármast vissza kell adni az unfoldnak)
- A lépések ismétlése, amíg valamilyen feltétel nem jelzi, hogy nem kell tovább menni időben
  (a fold ekkor pl. kiírja fájlba az állapotvektort, ezért neki le kell futnia mindig az unfold után, nem lehet a kilépést az unfolddal megoldani)



Grafikai Interop

Grafikai Interop

A compute API-k általában támogatják a grafikus API-kkal való együttműködést

Ez azért fontos, mert a RAM-ba visszamásolás nélkül meg tudjuk jeleníteni a számítási eredményeket.

A CUDA minden API-val tud együttműködni (Vulkan, OpenGL, DirectX)

A SYCL egyelőre csak azokkal, amivel az OpenCL,
azaz OpenGL-el és DirectX-el (9, 10, 11).

Fontos: a Grafikai szolgáltatások az alapvetőek, ezért a compute API-val megosztást az után lehet megtenni, hogy a grafikai API-ban létrehoztuk a megosztandó erőforrást!

SYCL – OpenGL Interop

OpenGL Vertex Array Object és csatolt Bufferek létrehozása:

```
GLuint buffer_id;

//Buffer létrehozása az API-ban:
glGenBuffers(1, &buffer_id);
// Buffer objektum aktiválása / kiválasztása a következő műveletekhez:
glBindBuffer(GL_ARRAY_BUFFER, buffer_id);
// Memória lefoglalása, de még nem másolunk bele:
glBufferData(GL_ARRAY_BUFFER, size, NULL, GL_STATIC_DRAW);
// Bufferbe adat felmásolása
glBufferSubData(GL_ARRAY_BUFFER, 0, size, ptr);
```

SYCL – OpenGL Interop

OpenGL Vertex Array Object és csatolt Bufferek létrehozása:

```
GLuint glvao;
glGenVertexArrays(1, &glvao); //VAO létrehozása
glBindVertexArray(glvao); //VAO aktiválása / kiválsztása
glBindBuffer(GL_ARRAY_BUFFER, glbPoint[0]); //Buffer kiválasztása
// A kiválasztott buffer hozzárendelése a VAO 0. attribútumaként
glVertexAttribPointer(0, 4, GL_FLOAT, GL_FALSE, sizeof(Point), (GLvoid *)0);
glBindBuffer(GL_ARRAY_BUFFER, glbColor); //Másik buffer kiválasztása
// A másik buffer hozzárendelése a VAO 1. attribútumaként
glVertexAttribPointer(1, 4, GL_FLOAT, GL_FALSE,sizeof(Color), (GLvoid *)0);
// Vertex attribútum indexek aktiválása
glEnableVertexAttribArray(0);
glEnableVertexAttribArray(1);
```

SYCL – OpenGL Interop

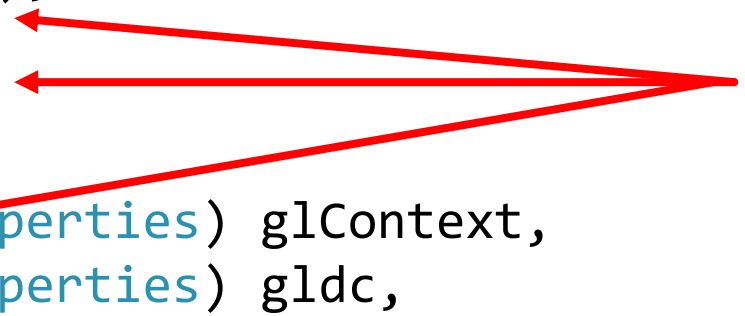
Amire figyelni kell:
Létrehozásnál OpenCL API-val hozzuk létre a contextet, beállítva az OpenGL használatot, ahogy tavaly láttuk, majd ebből kell a SYCL objektumokat létrehozni:

```
auto glContext = wglGetCurrentContext();

auto gldc      = wglGetCurrentDC();

cl_context_properties cps[] =
{ CL_GL_CONTEXT_KHR,   (cl_context_properties) glContext,
  CL_WGL_HDC_KHR,      (cl_context_properties) gldc,
  CL_CONTEXT_PLATFORM, (cl_context_properties) platform,  0 };

cl_context cl_ctx = clCreateContext(cps, 1, &device, 0, 0, &status);

cl::sycl::context sycl_context(cl_ctx);

cl_queue = clCreateCommandQueueWithProperties(cl_ctx, device, nullptr, &status);

cl::sycl::queue sycl_queue(cl_queue, sycl_context);
```

SYCL – OpenGL Interop

Amire figyelni kell:
Létrehozásnál OpenCL API-val hozzuk létre a contextet, beállítva az OpenGL használatot, ahogy tavaly láttuk, majd ebből kell a SYCL objektumokat létrehozni:

```
auto glContext = wglGetCurrentContext();
auto gldc      = wglGetCurrentDC();
cl_context_properties cps[] =
{ CL_GL_CONTEXT_KHR,   (cl_context_properties) glContext,
  CL_WGL_HDC_KHR,      (cl_context_properties) gldc,
  CL_CONTEXT_PLATFORM, (cl_context_properties) platform,  0 };
cl_context cl_ctx = clCreateContext(cps, 1, &device, 0, 0, &status);
cl::sycl::context sycl_context(cl_ctx);
cl_queue = clCreateCommandQueueWithProperties(cl_ctx, device, nullptr, &status);
cl::sycl::queue sycl_queue(cl_queue, sycl_context);
```



SYCL – OpenGL Interop

OpenGL Buffer megosztása:

```
//Először OpenCL-el:
clbPoint[0] = clCreateFromGLBuffer( cl_ctx, CL_MEM_READ_WRITE, glbPoint[0],
&status );
clbPoint[1] = clCreateFromGLBuffer( cl_ctx, CL_MEM_READ_WRITE, glbPoint[1],
&status );
clbColor = clCreateFromGLBuffer( cl_ctx, CL_MEM_READ_WRITE, glbColor, &status );

//Majd innen SYCL-el:
sycl_buffers.points[0] = cl::sycl::buffer<Point, 1>>(clbPoint[0], sycl_queue);
sycl_buffers.points[1] = cl::sycl::buffer<Point, 1>>(clbPoint[1], sycl_queue);
sycl_buffers.colors    = cl::sycl::buffer<Color, 1>>(clbColor, sycl_queue);
```

SYCL – OpenGL Interop

Egy frame a következő képpen néz ki:

```
glFinish(); //Minden korábbi OpenGL számítás befejezése
//A megosztott bufferek átvétele az OpenGL-től:
cl_mem bs[2] = {clbPoint[idx], clbColor};
clEnqueueAcquireGLObjects(cl_queue, 2, bs, 0, nullptr, nullptr);
SomeSYCLFunction(…); //SYCL számítás itt a buffereken
//A megosztott bufferek visszaadása:
clEnqueueReleaseGLObjects(cl_queue, 2, bs, 0, nullptr, nullptr);
clFinish(cl_queue);

//OpenGL rajzolás
```

Smoothed Particle Hydrodynamics

Alapötlet:
Nem pontrészecskéket szimulálunk, akik Dirac $\delta(\vec{r})$-k,
hanem lokalizált eloszlásfüggvényeket $W(\vec{r},h)$-ket, $\lim_{h\to 0} W(\vec{r},h) = \delta(\vec{r})$

Ezek normalizáltak: $\int W(\vec{r},h)\,\mathrm{d}\vec{r} = 1$

Ezekkel kifejezhetőek a hidrodinamikai mennyiségek, és erők, például:

Sűrűség:

$$\rho(\vec{r}_\mathrm{i}) \approx \sum_j m_j W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h)$$

Nyomás:

$$\vec{F}_i^p = -\nabla p(\vec{r}_i) \approx -\sum_j m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h)$$

Viszkozitás:

$$\vec{F}_i^v = \mu\nabla^2\vec{v}(\vec{r}_i) \approx \mu \sum_j m_j \frac{\vec{v}_j - \vec{v}_i}{\rho_j} \nabla^2 W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h)$$

Smoothed Particle Hydrodynamics

A különböző mennyiségekhez numerikus okokból célszerű különböző súlyfüggvényeket választani:

Sűrűség:

$$W^{\rho}(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h) = \frac{315}{64}\frac{1}{\pi h^9}(h^2 - r^2)^3$$

Nyomás:

$$W^{p}(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h) = \frac{15}{\pi}\frac{1}{h^6}(h - r)^3$$

Viszkozitás:

$$W^{v}(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h) = \frac{15}{2}\frac{1}{\pi h^3}\left(-\frac{r^3}{2h^3} + \frac{r^2}{h^2} + \frac{h}{2r} - 1\right)$$

Mindegyik csak akkor hat, ha $\vec{r}_i - \vec{r}_j < h$!!!

Smoothed Particle Hydrodynamics

A hidrodinamikához kell egy állapotegyenlet is, amely kapcsolatot teremt a nyomás és a sűrűség között. Két példa:

Gáz:

$$p = k(\rho - \rho_0)$$

Folyadék:

$$p = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma}\left(\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} + 1\right)$$

Ahol ρ_0 az egyensúlyi sűrűség, k egy gázállandó, γ vízre kb. 7, c a hangsebesség.

Smoothed Particle Hydrodynamics

Időléptetés: a sima explicit Euler nem elég (túl kicsi időlépés kéne), a Runge-Kutta túl költséges (sok derivált kell), a leggyakrabban használt léptető a Leap-Frog:

$$a_i = \frac{1}{m}\sum F(r_i, v_i)$$

$$r_{i+1/2} = r_i + \frac{\Delta t}{2} v_i$$

$$v_{i+1/2} = v_i + \frac{\Delta t}{2} a_i$$

$$a_{i+1/2} = \frac{1}{m}\sum F(r_{i+1/2}, v_{i+1/2})$$

$$v_{i+1} = v_i + \Delta t\, a_{i+1/2}$$

$$r_{i+1/2} = r_i + \frac{\Delta t}{2}(v_i + v_{i+1})$$

Smoothed Particle Hydrodynamics

Példakód SFML-el: link

Irodalom:

- Smoothed Particle Hydrodynamics (Peter J. Cossins)
- David Bindel (Cornell University) órai anyag
- Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications Matthias Müller et al.
- Burak Ertekin thesis (Bournemouth University)
- Antonia Strantzi thesis (Bournemouth University)

Vizsgára

- Fogalmak a diasorokról
- Lambda kalkulus számítások
- Típusok elemszáma: hány eleme van egy összetett típusnak (összeg, szorzat, hatvány/függvény és ezek kombinációi)
- Funkcionális építőelemek szignatúrái és ábrái
- Matematikai formulák (pl.: $\sum_i a_i b_i$) átírása funkcionális primitívekre (map, fold, zip)
- SYCL – CUDA összehasonlítás
- Szálak elindítása, szálazonosítók lekérdezése és szinkronizációk kifejezése CUDA-ban, SYCL-ben
- Példakódok működése
- Optimalizációk (shared memória, vektorizáció)